Geometride, Doğada ve Yapılarda

Altın Oran



Özgün Metin: **Yalçın Kaya**

Düzenleyen: **Murat Özgen Ayfer**

"Altın Oran" (Fransızcada "Rapport d'Or^" İngilizcede "Golden Ratio" Almancada "Goldenes Verhältnis") diye adlandırılmış olan sayı (1,618) birçok çevrede, özellikle doğadaki yeri bakımından geniş çapta ilgi konusudur.

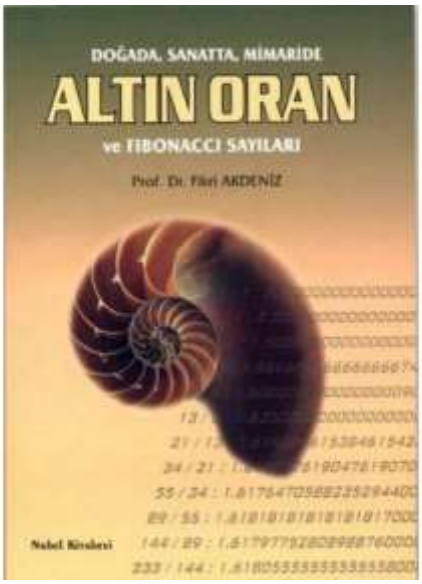
Bu, sadece öyle basit bir sayı, bir matematiksel konu olmakla kalmaz; birçok bağlantısı ve açıklamaları vardır. Bu çalışmada bunlardan birçoğuna değinilmektedir.

Ancak, okuyucuyu şu bakımdan uyarmak gerekir: Bu yazıda hayli ayrıntılı matematiksel anlatımlar da yer almaktadır. Bunlar size sıkıcı gelebilir; anlamakta zorluk çekebilirsiniz. Öyle bir durumda, matematiksel anlatımları pas geçin ve bu oranın doğada nasıl yer almakta olduğuna ilişkin bölümlere bakın. Zaten bu çalışmanın asıl amacı, önemli olan da odur.

Bu çalışmada, özgün metin üzerinde yer yer düzeltmeler yapılmış, konu ile doğrudan bağlantılı olmayan anlatımlar çıkarılmıştır.

Başlamadan önce şu noktaya da değinelim:

Bu konu, birçok dilde ayrıntılı olarak incelenmiştir. İnternette bunların birçoğunu bulmak olanaklıdır. Prof. Dr. Fikri Akdeniz de 2007 yılında yayımlanmış olan kitabında bu konuyu detaylı bir şekilde incelemiştir.



Bu çalışmanın kapsamında, konunun zenginleştirilmesi amacıyla, yer yer bu kitaptan da birkaç görsel alıntısı verilmiştir.

Altın Oran Denilen Şey Nedir?

Altın Oran, tıpkı π (3,14159….) (pi) gibi sonsuz (tam belirgin olmayan) matematiksel bir sayıdır ve gösterimi Helen alfabesinden alınan **φ** (fi) harfidir.



Bu oran, doğada sayısız canlı ya da cansız varlıkların şekillerinde veya yapısında bulunan özel bir değerdir. Doğada bir bütünün parçaları arasında gözlemlenen, yüzyıllarca sanat ve mimarîde uygulanmış, uyum açısından en yetkin boyutları verdiği sanılan geometrik ve sayısal bir oran bağıntısıdır. Doğadaki en belirgin örneklerine insan vücudunda, deniz kabuklarında ve çeşitli bitkilerde rastlanır. Antik Helen filozofu Platon'a göre, **kozmik fiziğin anahtarı bu orandır**.

Altın Oran, matematikte ve fiziksel evrende ezelden beri var olmasına karşın, insanların bunu ne zaman keşfettiğine kullanmaya başlandığına ilişkin kesin bir bilgi yoktur. Antik Mısırlılar tarafından keşfedildiği, onlardan Helenlere ardından tüm Batı uygarlıklarına geçtiği söylenir. Hemen tüm uygarlıklarda mimarîde ve sanatta kullanılmıştır.

Altın Oran'ın tarihsel serüveninin ayrıntılarına daha sonra değinmek üzere önce nasıl bir şey olduğunu açıklamaya çalışalım.

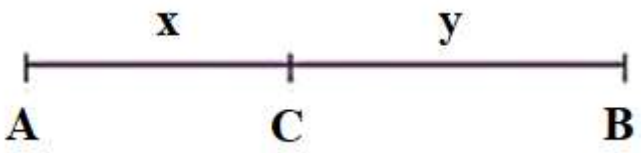
Altın Oran'ın Geometrik ve Aritmetiksel Açıklamaları

Olabildiğince basit bir açıklama ile işe koyulalım. Böylece Matematik ile pek geçinemeyenlere yardımcı olalım.

AB uç noktaları ile belirlenmiş bir doğru parçasını göz önüne alalım.

Bu doğru parçasının üzerinde bir C noktası bulalım.

Bu noktayı öyle bir yerde seçelim ki, CB/AC = AB/CB eşitliği sağlansın.



Bu eşitliği sağladığımız ***C noktası, AB doğru parçasını Altın Oran ile bölmüştür.***

İşin ilginç yanı bu AB doğru parçası üzerinde bu oransal eşitliği sağlayan bir tek C noktası vardır.

Yukardaki doğru parçasının uzunluklarını **x** ve **y** gibi iki bilinmeyen ile belirterek gerekli orantıyı kurarsak, Altın Oran adını verdiğimiz sayıyı bulabiliriz.

AC uzunluğunu **x**, CB uzunluğunu **y** ile göstererek yukardaki orantıyı kuralım:

$$AC=x \quad CB=y$$

$$\text{Şu halde } AB=x+y$$

$$(x+y)/y = y/x = \varphi$$

Bu denklemden yola çıkarak $\varphi^2=\varphi+1$ şeklinde ikinci dereceden bir denklem elde edilir.

Bu denklemin çözümü sonucunda elde edeceğimiz denklem köklerinden biri $(\sqrt{5}+1)/2=1.618$, diğeri ise $(\sqrt{5}-1)/2=0.618$ bulunur.

Her iki sayı da Altın Oran'dır. Birisi φ, diğeri φ' ile gösterilir.

Bu iki sayının bir başka özelliği daha vardır: Çarpımları (1), farkları (1) olan sayılardır. Bu özelliği sağlayan başka iki sayı yoktur.

Altın Oran adı verilen bu sayının tıpkı π sayısı gibi irrasyonel (iki tam sayının birbirine bölümüyle belirtilemeyen) bir sayı olduğunu, bu nedenle de virgülden sonraki basamak sayısının sonsuz olduğunu da ekleyelim.

Altın Oran, virgülden sonraki 15 basamağı ile birlikte şöyledir. φ =1,618033988749894… Bunun sonu yoktur.

Ancak pratik yaşamda, örneğin mimarîde, sanatta ve daha birçok uygulamada 1,618 ve 0,618 değerlerinin kullanılması ile yetinilir.

Altın Oranı elde ettiğimiz yukarıdaki ikinci derece denklemin üzerinde bazı aritmetiksel işlemler yapıldığında değişik denklemler elde edilebilir. Şöyle:

- $\varphi^2=\varphi+1$ (1,618 x 1,618 = 1,618 + 1)
- $\varphi^3=2\varphi+1$ (1,618 x 1,618 x 1,618 = 2 x 1,618 + 1)
- $\varphi^4=5\varphi+3$ (1,618 x 1,618 x 1,618 x 1,618 = 5 x 1,618 + 3)
- $\varphi^5=8\varphi+5$ (1,618 x 1,618 x 1,618 x 1,618 x 1,618 = 8 x 1,618 + 5)
- $\varphi^6=13\varphi+8$
- $\varphi^7=21\varphi+13$

Sonrakiler de benzer şekilde sürer gider…

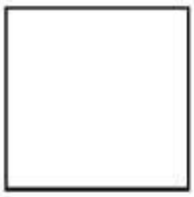
Bu süregidişi az sonra geometrik olarak görünce, sonrasının nasıl geleceği de belli olacak.

φ φ φ

Sanat tarihçileri Altın Oran'ın ilk örneklerine Mısır piramitlerinde rastlandığını öne sürüyor. İlk olarak Mısırlılar tarafından piramitlerin yapımında kullanıldığı düşünülen Altın Oran, sonraları Helenler tarafından Antik Dönem heykellerinin, çeşitli yapıların mimarî planında ve yapımında kullanılmıştır.

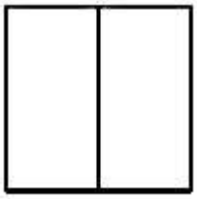
Mısır piramitlerinin yapımında Altın Oran'dan nasıl yararlanıldığı konusuna geçmeden önce pergel ve cetvel yardımıyla bu oranın nasıl çizilebileceğine bakalım.

Aşağıdaki geometrik işlem aslında pek basit olmasına karşın, buna aşina değilseniz size çok karmaşık gelebilir. Lütfen dikkatle izleyin. Basit olduğunu göreceksiniz.



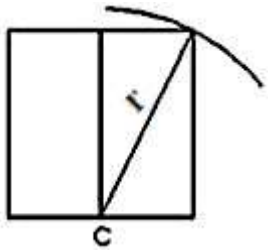
Şu yukarıda gördüğünüz kare ile işe başlayalım

Bu kareyi tam ortasından, eşit dikdörtgen oluşturacak şekilde bölelim.

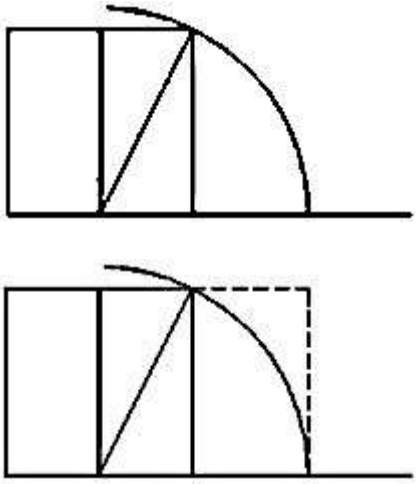


C

Pergelimizi, bu dikdörtgenlerin ortak kenarının, karenin tabanını kestiği C noktasına koyalım. Öyle açalım ki, çizeceğimiz daire (çember) parçası, karenin karşı köşesine değsin yani yarıçapı (**r**), bir dikdörtgenin köşegeni olsun.



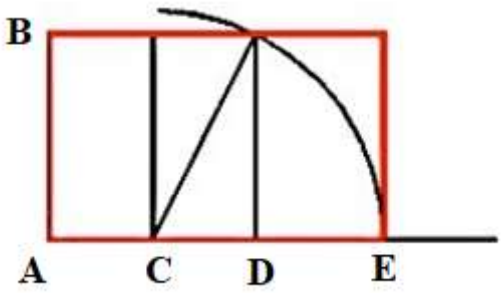
Şimdi, karenin tabanını, çizdiğimiz daire parçasını kesişene kadar uzatalım.



Yeni çıkan şekli bir dikdörtgene tamamladığımızda, karenin yanında yeni bir dikdörtgen, ayrıca karenin kendisini de içine alan bir dikdörtgen bulacağız.

İşte bu yeni dikdörtgenin taban uzunluğunun bu işe başladığımız karenin bir kenarının uzunluğuna oranı Altın Oran'dır yani 1,618.

Elde ettiğimiz bu yeni (büyük) dikdörtgen ise, bir Altın Dikdörtgen'dir. Çünkü uzun kenarının kısa kenarına oranı 1.6180339… yani Altın Oran'dır.



Bir diğer deyişle, AE/AB ya da AE/AD Altın Dikdörtgen olur.

Bu niçin tam bir sayı değildir?

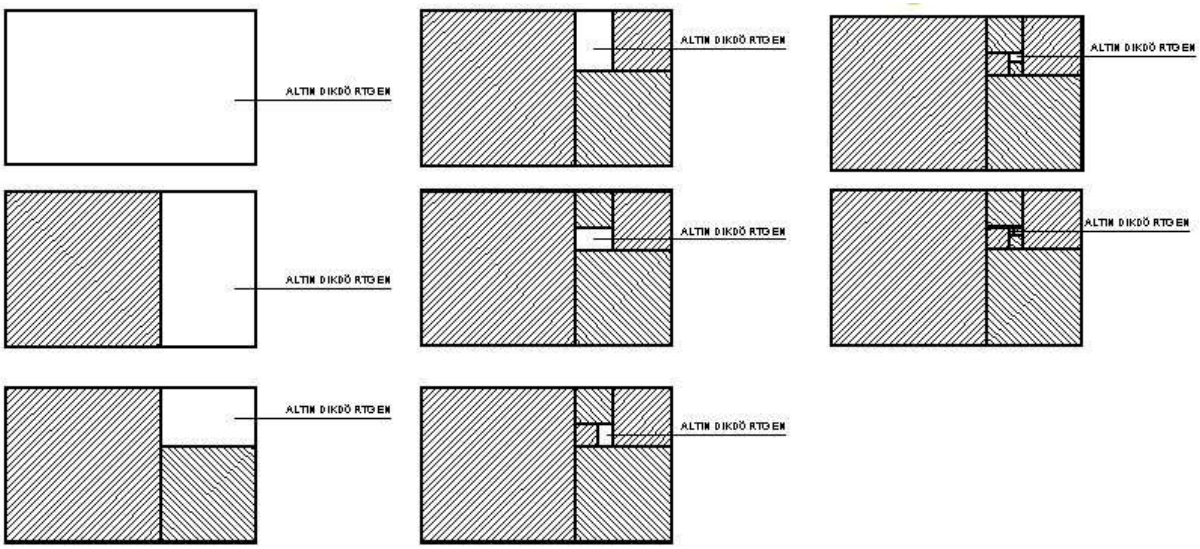
Çünkü bu daire parçasını çizerken **π x r** ilişkisini kullanıyoruz. Buradaki yarıçap **r** tam sayı olabilir ama **π** değil. Dolayısıyla bir dairenin çevre uzunluğu hiçbir zaman tam sayı değildir.

Peki ama bu ne işe yarar? Neyi gösterir?

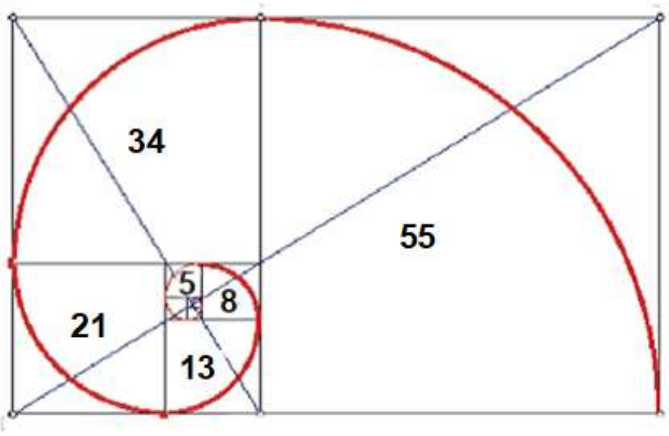
Onu göreceğiz ama önce şu Altın Dikdörtgen'in özelliklerine bakalım.

Altın Dikdörtgen'in Özellikleri

Altın Dikdörtgen'in içinden her çıkartılan kareden sonra kalan dikdörtgenler de birer Altın Dikdörtgen'dir. Bu dikdörtgenden her bir kare çıkardığımızda elimizde kalan, bir Altın Dikdörtgen olacaktır. Aşağıdaki çizimlerde, böylece elde edilen iç içe geçmiş **Altın Dikdörgenler** görülüyor.



İçinden defalarca kareler çıkardığımız bu Altın Dikdörtgen'in karelerinin kenar uzunluklarını yarıçap alan bir çember parçası her karenin içine çizilirse, bir **Altın Spiral** elde edilir.



Altın Spiral, birçok canlı ve cansız varlığın biçimini ve yapı taşını oluşturur.

Buna örnek olarak ayçiçeği bitkisini gösterebiliriz.

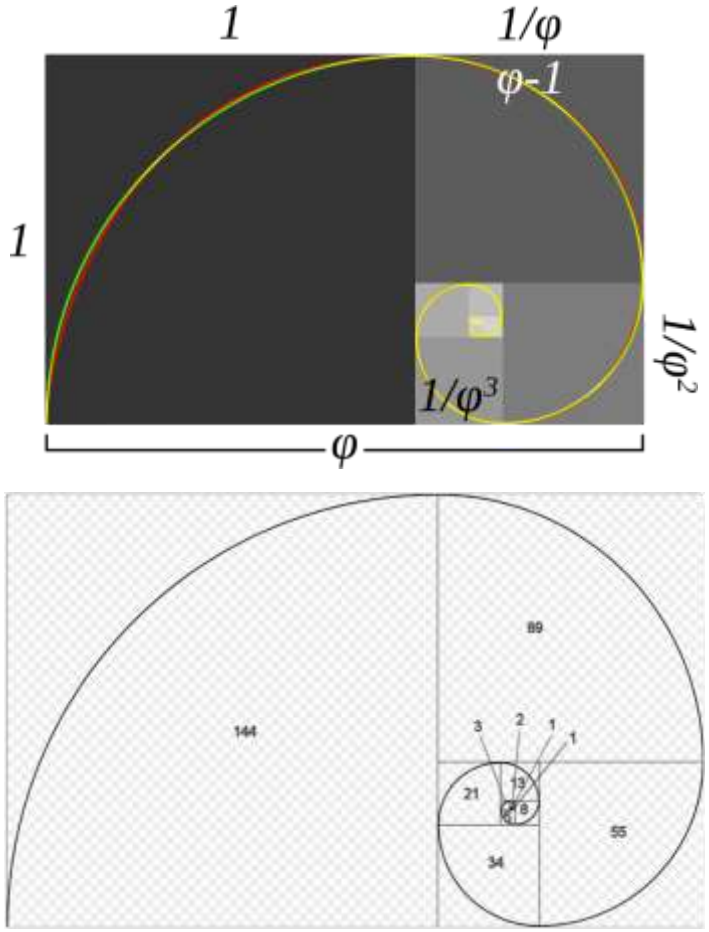
Dikkat ederseniz, elinize alıp yakından bakarsanız, tanelerin Altın Spiral oluşturacak bir biçimde dizilmiş olduğunu izlersiniz.



Bu tek örnek mi?

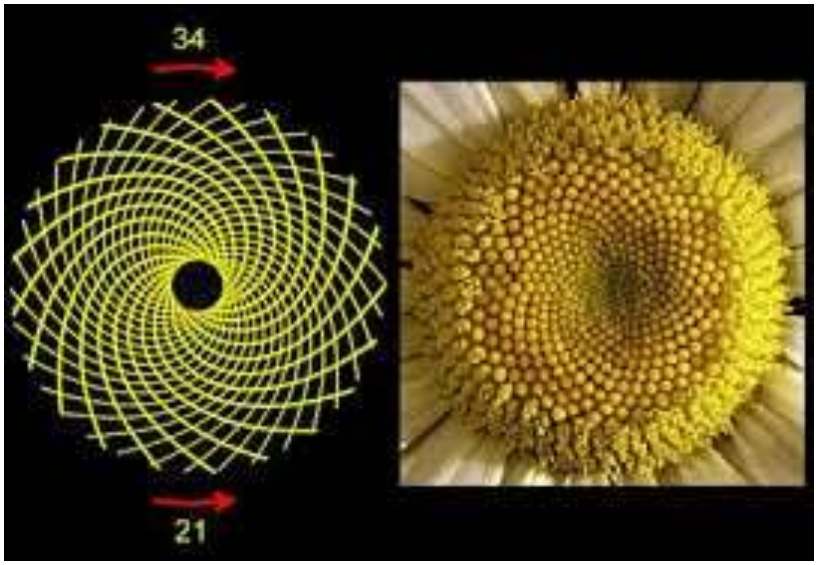
Hayır, değil. Öyle olsa, doğada Altın Oran biçiminde bir oluşumun varlığından söz edilemez. Oysa az sonra daha birçoklarını göreceğiz.

Elde edilen Altın Dikdörtgenlerin alansal büyüklük sıralaması en içteki alan (1) birim kabul edilirse giderek artan bir alan sıralaması izler. Bu sayıların daha önce verdiğimiz **φ** formüllerindeki katsayılar olduğunu da görürüz.



Daha büyük oranlarda çizilmiş bir Altın Spiral

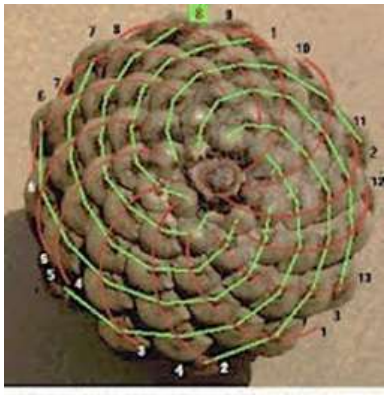
Altın Spirale doğanın birçok bitkisinde ve canlı türünde rastlanabiliyor. Bu bitki ve canlı türlerine ilişkin bazı örnekler aşağıda yer alıyor.



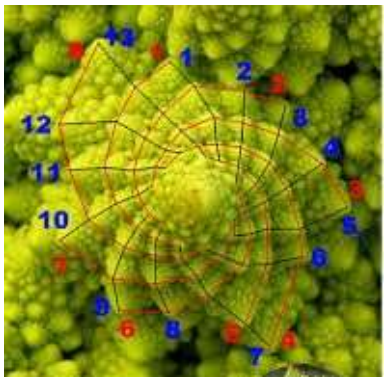
Ayçiçeği bitkisinin saat yönünde 34, ters yönde 21 sarmalı var

Bitkilerle devam edelim…

Aşağıdaki kozalağın kabuklarının diziliminde saat yönünde 8 sıra kabuk pulu varken, saat yönünün tersinde 13 sıra kabuk pulu bulunuyor. Bu sayıların birbirine bölümü yaklaşık olarak 1,62'ye, bir bakıma Altın Oran'a eşit…



Şu karnabahar türünün sarmalları da saat yönünde 13, ters yönde 8 tane. Oran: 1,62



Altın Spiral bir düzen içinde yaprakları dizilmiş bir bitki:



Spiral oluşumu gösteren bir kaktüs:



Tarihteki varlığı ancak yakın geçmişimizde gün yüzüne çıkarılmış olan, İbni Sina'nın çağdaşı, bilim adamı Gazneli El-Birunî (973 – 1048), botanik konusunda çok geniş araştırmalar yapmış. Şöyle bir sözü var: ***"Taç yapraklı çiçeklerin 7 ve 9 yapraklı olanı yoktur. Daha doğrusu belki başka dünyalarda bir yerlerde vardır: Ben çok aradım, bulamadım."***

Kim bilir, belki de 7 ve 9 yapraklı çiçekler Altın Oran ile uyum gösteremedikleri için yok.

Öylesi olmasa da başkaları var. İşte bazı örnekler:

5- Pembe Karanfil



6- Zambak



8 - Aquilogia



Sanguinaria canadensis



13- Gazania



Çarkıfelek (Passiflora)



21, 34, 55, 89- Papatya





Hurma ağacının da kök kısmındaki kabuklu gövdesinde, bir yönde 8, diğer yönde 13 sarmal vardır.

Yapraklar da Altın Oran'a uygun biçimdedir ve hiçbiri altındakini kapatmaz.

Bir de kabuklu canlılara bakalım…

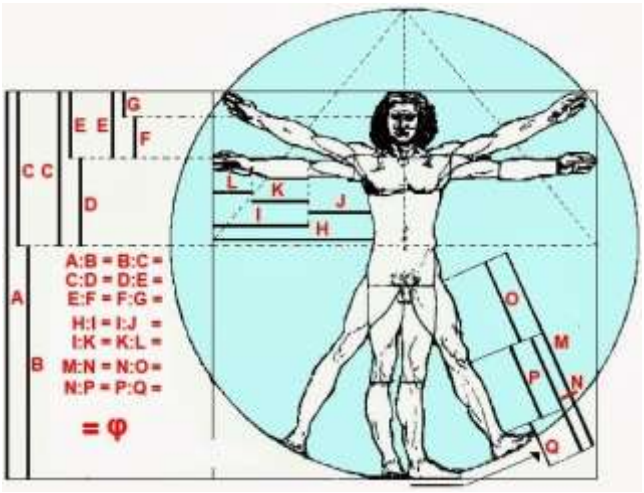




Salyangoz kabuklarının Altın Spiral formu olduğunu öne süren bir görüş vardır. Fakat bu formun aslında Altın Spiral değil, "logartimik spiral" olduğu kanıtlanmıştır. Ancak logaritmik spiral de Altın Oran ile bağlantılıdır…

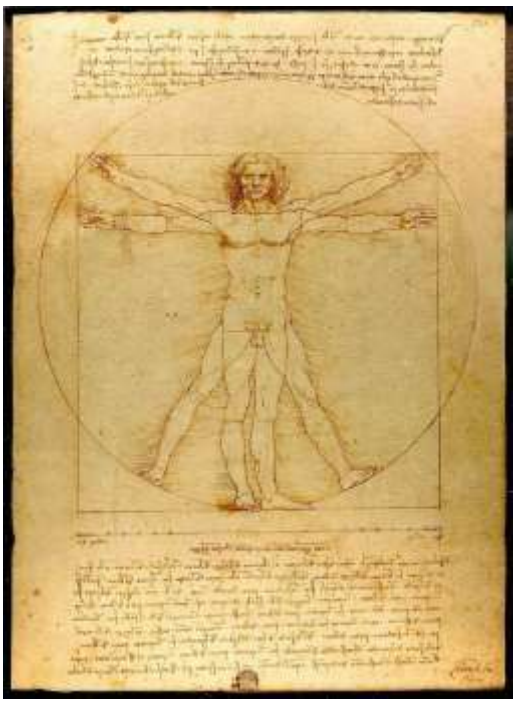
İnsan Bedeni

Doğanın *(kimilerine göre Tanrı'nın)* yarattığı oluşumlar arasında, büyük bir hüsnü kabulle en üst düzeye konulan insan vücudunda da Altın Oranlara rastlanıyor. Bunun en tipik örneğinin ünlü deha Leonardo da Vinci tarafından tasarlanmış ve sanat tarihindeki adı **Vitruvius İnsanı** olan şemada görebiliyoruz.



Vitruvius İnsanı ya da Vitruvian Adam, Leonardo da Vinci'nin günlüklerinin birinde bulunan, aldığı notların yanında çizdiği bir eskizdir. 1492 yılında yapıldığı düşünülmektedir. Antik Romalı ünlü mimar ve yazar **Marcus Vitruvius Pollio**'nun (M.Ö. 80-15) ***"De Architectura"*** adlı eserinde açıkladığı oranlardan esinlenerek yapıldığından böyle anılır.

Resim, iç içe geçmiş bir daire ve bir karenin ortasına çizilmiş, uzuvları açık ve kapalı pozisyonda üst üste geçen bir çıplak erkeği betimler. Bu çizim ve yanındaki notlar sıkça "**Oranların Kanunu**" ya da daha ender olarak "**İnsansal Oranlar**" diye anılır. Eskizin orijinali Venedik'te bulunan Gallerie dell'Accademia'da sergilenmektedir.



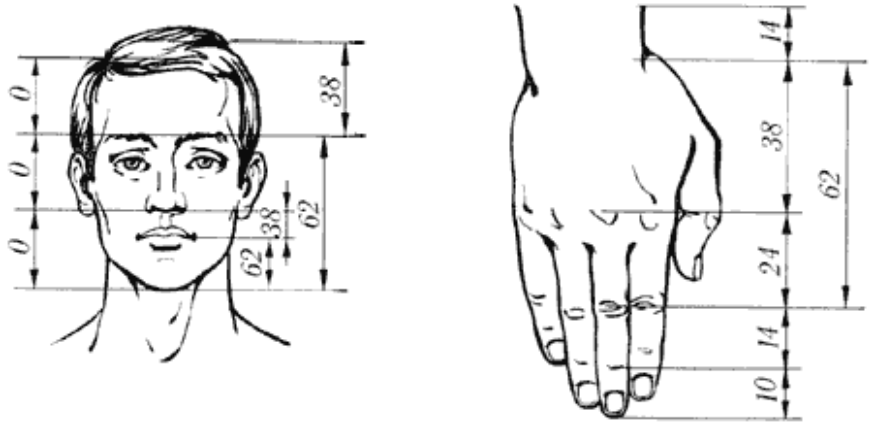
Leonardo da Vinci'nin bu çizimi, Rönesans döneminde yapılmış örnek bir bilim ve sanat eseri olma özelliğini taşır. Leonardo'nun oranlara duyduğu ilgi ve merakın bir kanıtıdır. Bunun yanında eskiz, Leonardo'nun insan ve doğayı birbiri ile ilgilendirme-bütünleştirme çalışması için de bir dönüm noktasıdır.

Britannica Ansiklopedisi'ne göre Leonardo, ***"insan vücudunun evrenin işleyişinin bir analojisi olduğunu"*** düşünüyordu. Bununla birlikte Leonardo'nun maddesel varlığı kare, ruhsal varlığı ise daire ile sembolize ettiği ve insanoğlunun iki yönünü çizimde bu şekilde ifade ettiği sanılmaktadır.

Bu ünlü eskizde saptanan Altın Oranlar yukardaki resim içinde ayrıntılı olarak betimlenmiştir.

İnsan bedeninin yalnızca bütünsel anatomik yapısı bağlamında değil, tekil uzuvları için de Altın Oranlar olduğu çeşitli anatomik ölçülerle verilmektedir. Aşağıdaki resimlerde standart insan yüzü, el ve kol kemiklerine ilişkin Altın Oranlar görülmektedir.

İnsan Bedeninde Altın Oran Örnekleri



- Parmak ucu-dirsek arası,
- El bileği-dirsek arası,
- Omuz hizasından baş ucuna olan mesafe,
- Omuz hizasından baş ucuna olan mesafe,
- Göbek-baş ucu arası mesafe,
- Omuz hizasından baş ucuna olan mesafe,
- Göbek-diz arası,
- Diz-ayak ucu arası.

İnsan yüzünde de Altın Oran vardır**.** Ancak elinize hemen bir cetvel alıp insanların yüzünden ölçüler alınmaz. Çünkü bu oranlandırma, bilim adamları ve sanatkârların beraberce kabul ettikleri **"ideal bir insan yüzü"** için geçerlidir.

Her yüzün bu orana uyması beklenemez. Bu oran sadece ideale yakın yüzlerde bulunabilir.

Örneğin üst çenedeki ön iki dişin enlerinin toplamının boylarına oranı altın oranı verir. İlk dişin genişliğinin merkezden ikinci dişe oranı da altın orana dayanır. Bunlar bir diş hekiminin estetik ve ideal bir gülüş yaratırken dikkate alabileceği oranlardır. Estetik diş hekimliği bu Altın Oranların hesaplanması ve uygulanması ile daha bilimsel farklı bir platforma yerleşir.

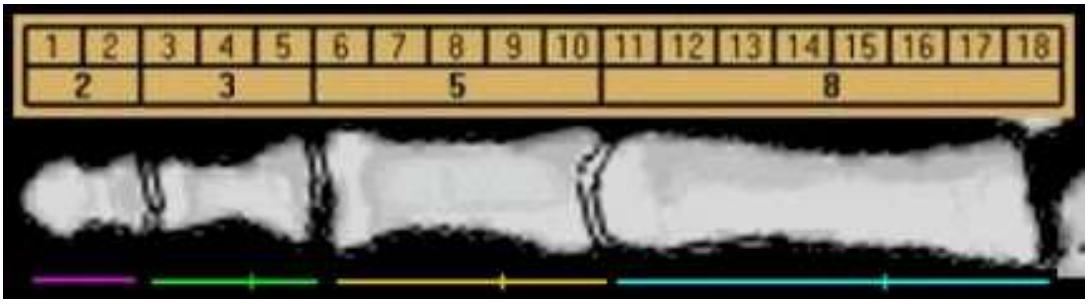


Bunların dışında insan yüzünde yer alan diğer bazı altın oranlar ise şöyledir:

- Yüzün boyu / Yüzün genişliği,
- Dudak-kaşların birleşim yeri arası / Burun boyu,
- Yüzün boyu / Çene ucu-kaşların birleşim yeri arası,
- Ağız boyu / Burun genişliği,
- Burun genişliği / Burun delikleri arası.
- Göz bebekleri arası / Kaşlar arası.

Ayrıca, özellikle yüzdeki dengeli görüntüyü oluşturan detaylarda da **Altın Oran** vardır. Örneğin dudak çizgisinin bittiği noktalarla göz bebekleri aynı çizgiden geçtiğinde ve oluşan bu karenin tam ortasında burun ucu yer aldığında bu durum estetik açıdan dengeli bir görüntüyü ve altın oranı yansıtır.

Aynı şekilde insan vücudunun çeşitli bölgelerinde de yine bu orana benzer oranlar yer alır. Parmak boğumlarında, el ve kollarda, bacaklarda, baş ve omuz kısmında Altın Oranlar söz konusudur. Elinizin, işaret parmağınızın şekline bir bakın. Eğer standartlar dışında bir yapısı yoksa parmağınızda da altın oranı bulabilirsiniz.



Yukarıdaki şekilde, pembe, yeşil, sarı ve mavi çizgiler Altın Oranı gösteriyor.

İşaret parmağınızın her bölümü bir öncekinden 1,618... yani Altın Oranın değeri kadar büyüktür ve üstteki cetvele dikkat ederseniz her bölüm 2, 3, 5, 8 tarzında yani ardışık Fibonacci sayılarına karşılık gelmektedir.

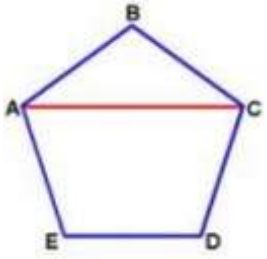
Altın Oran'a uysa da uymasa da insanoğlu ve içinde yaşadığı doğa güzeldir. Yeter ki o güzellikleri görebilelim....

Altın Oran'ın sanat eserlerinde ve mimarîde kullanım yerlerine geçmeden önce geometride rastlanılan Altın Oran içeren formlara kısaca değinelim.

Bunları görelim ve anlayalım ki, bundan sonra binalara ve diğer yapılara geçebilelim.

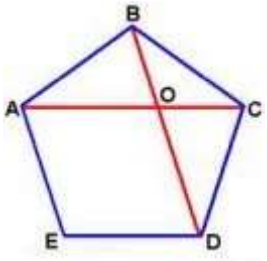
Altın Oran İçeren Geometrik Formlar

φ ile simgelenen Altın Oran'ı göstermenin bir yolu da, basit bir düzgün beşgen kullanmaktır. Bu düzgün beşgenin herhangi bir köşegenin herhangi bir kenara oranı **φ'**ye eşittir.



AC/AB =1,618 = φ

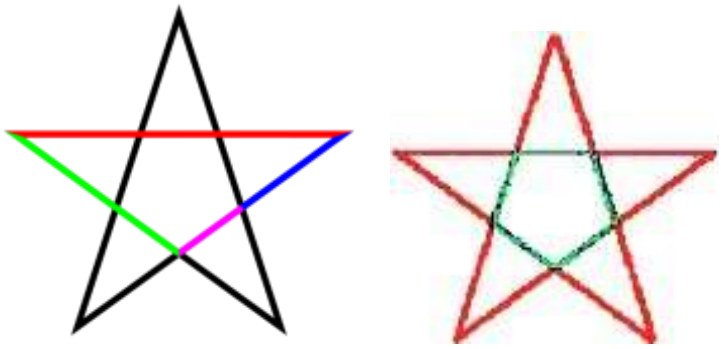
Beşgenin içine ikinci bir köşegen [BD] çizelim. AC ve BD birbirlerini O noktasında keseceklerdir.



Böylece her iki çizgi de, bir noktadan ikiye bölünmüş olacaktır ve her parça diğeriyle **φ** oranı ilişkisi içindedir yani AO/OC =**φ**, AC/AO = **φ**, DO/OB =**φ**, BD/DO = **φ**

Bir diğeri ile bölünen her köşegende, aynı oran tekrarlanacaktır.

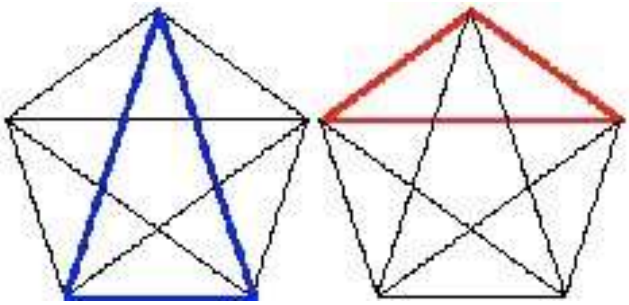
Bütün köşegenleri çizdiğimiz zaman ise, beş köşeli bir yıldız elde ederiz.



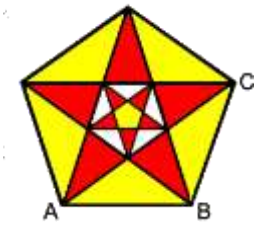
Bu yıldızın içinde, ters duran diğer bir beşgen meydana gelir (yeşil). Her köşegen, başka iki köşegen tarafından kesilmiştir ve her bölüm, daha büyük bölümlerle ve bütünle, **φ** oranını korur. Böylece, içteki ters beşgen, dıştaki beşgenle de **φ** oranındadır.

Bir beşgenin içindeki beş köşeli yıldız, **pentagram** diye adlandırılır ve **Pythagoras**'ın kurduğu Antik Helen Matematik Okulu'nun amblemidir. Eski gizemciler **φ**'yi bilirdi; Altın Oran'ın fiziksel ve biyolojik dünyamızın kurulmasındaki önemli yerini anlamışlardı.

Bir eşkenar beşgenin köşegenlerini birleştirdiğimizde iki değişik Altın Üçgen elde ederiz. Mavi üçgenin kenarları tabanı ile ve kırmızı üçgenin tabanı da kenarı Altın Oran ilişkindedir.



φ, kendini tekrarlayan bir özelliğe de sahiptir. Altın Orana sahip her şekil, bunu kendi içinde sonsuz sayıda tekrarlayabilir. Aşağıdaki şekilde, her beşgenin içinde meydana gelen pentagramı ve her pentagramın oluşturduğu beşgeni, bunun makro-kozmik ve mikro kozmik ölçüde Altın Oranı sonsuza kadar tekrarlayarak devam ettiğini görebiliriz.

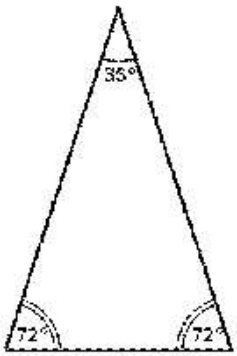


Eşkenar beşgen, Altın Oranı açıklamak için oldukça basit ve iyi bir yöntem olmakla birlikte, bu oranın belirtilmesi gereken çok daha karmaşık ve anlaşılması zor bir takım özellikleri de vardır. Daha iyi anlaşıldıkça, biyolojik ve kozmolojik birçok büyük uygulama örnekleri görülebilir.

Az önce sözünü ettiğimiz şu Altın Üçgen'e biraz daha ayrıntılı olarak bakalım.

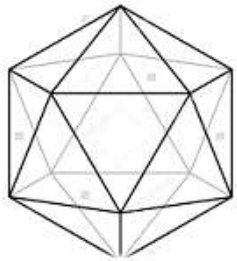
Altın Üçgen

Eş kenarlarının diğer kenara oranı (φ)'ye, eşit olan ikizkenar üçgene Altın Üçgen adı veriliyor. Bu ikizkenar üçgenin taban açıları 72'şer, tepe açısı ise 36 derecedir. Bu üçgene az önce sözünü ettiğimez **pentagram** dışında düzgün **dodekahedron (onikiyüzlü)** ve **konkav izokahedron (düzgün yirmiyüzlü)** adı verilen uzaysal geometrik formlarda da rastlanır.



Altın Üçgen

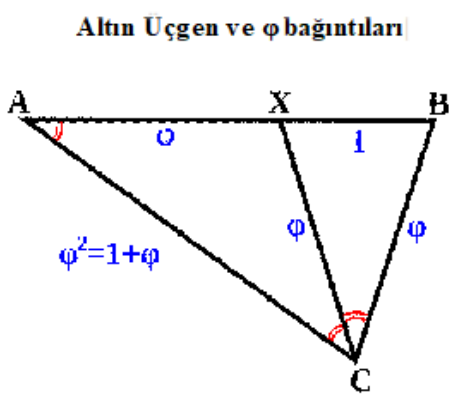

Düzgün onikiyüzlü

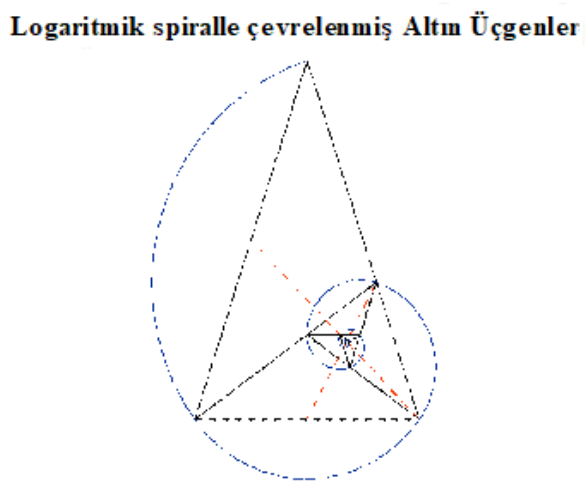

Konkav yirmiyüzlü

Altın Üçgen, iç açıları 2:2:1 ile orantılı tek üçgendir. Bunun yardımıyla logaritmik spiral de çizilebilir. Taban açılarının açıortayları çizilirse, oluşacak kesişim noktasıyla beraber yeni bir Altın Üçgen oluşur. Bu adım sonsuz kez tekrarlanırsa sonsuz sayıda Altın Üçgen ortaya çıkar. İşte bu üçgenlerin köşelerinden geçecek şekilde bir logaritmik spiral çizilebilir.

Logaritmik veya René Descartes tarafından adlandırıldığı üzere **eşaçılı spiral**, doğada sık rastlanan bir spiral çeşididir. İlk olarak 17. yüzyılda René Descartes ve Jakob Bernoulli tarafından tanımlanmış ve incelenmiştir.

Bernoulli, bu eğriye, kendine özgü matematiksel özelliklerinden dolayı, ***"spiral mirabilis"*** *(mucizevî spiral)* adını vermiş ve mezar taşına bir logaritmik spiral oyulmasını vasiyet etmiştir.

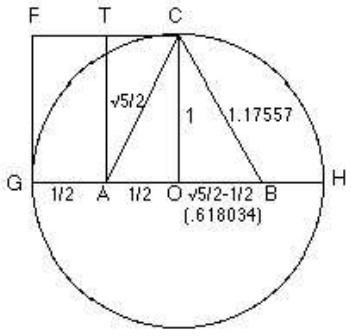




Sanat ve Mimarîde Altın Oran

Altın Oran katsayısının sanat eserlerinde ve mimarî yapılarda nasıl kullanıldığını daha iyi anlayabilmek için bazı geometrik bilgilere başvurmamız gerekiyor.

Aşağıdaki diyagram, Altın Oran'ın bir çember yarıçapı üzerinde nasıl bulunabileceğini gösteriyor.

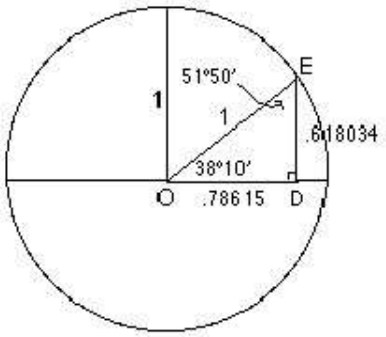


Kenar uzunluğu dairenin yarıçapına eşit olan FCOG karesinin FC kenarının orta noktası olan T'den GO kenarının orta noktası olan A'ya dik çizilen bir çizgi ile ikiye bölünmesinden elde edilen TCOA dikdörtgeninin köşegenini (AC) bir ikizkenar üçgenin kenarlarından biri olarak kabul edip ABC üçgenini oluşturursak, (AC=AB) üçgenin yüksekliğini 1 kabul ettiğimizde, COB üçgeninin OB kenarı, Küçük Altın Oran denilen φ'= 0.618034 olur.

GB uzunluğu Altın Dikdörtgenin tabanı olduğundan φ=1.618'dir

Bir trigonometrik cetvelden baktığımızda, OCB açısının 31°43', dolayısıyla OBC açısının da 58°17' olduğunu buluruz.

Aşağıdaki diyagram, önemini korumak koşuluyla bizi başka bir konstrüksiyona götürür ki, bu belki de Antik Mısırlı rahiplerce çok daha önemli bulunmuş olabilir.



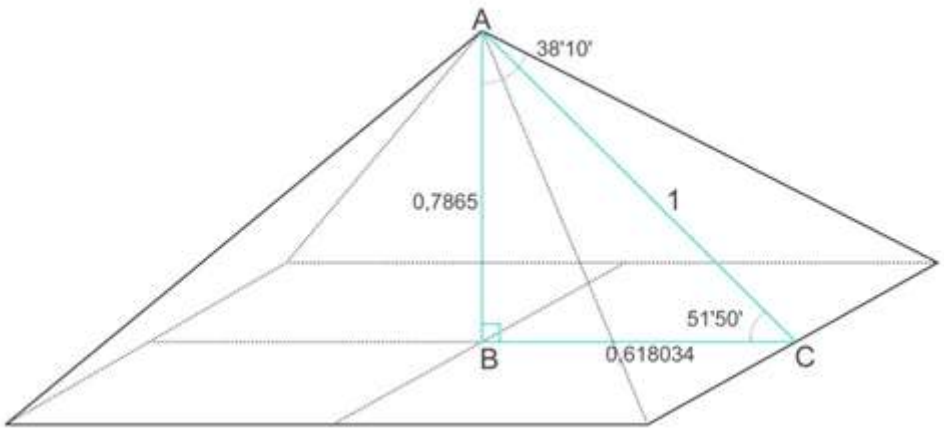
Bu çizimde, üçgenin dik açıya ortak kenarlarından biri yine yarıçapın 0.618034'üdür fakat bu defa 1'e yani yarıçapa eşit olan komşu kenar değil, hipotenüstür. Yine bir trigonometrik tablo yardımıyla, 0.618034'ün karşı açısının 38"10' ve diğer açının da 51"50' olduğunu görürüz.

Burada birtakım geometrik ve matematiksel anlatımlar ile hesaplama yöntemlerinin belirtilmesi gerekiyor. Bunlar olmazsa, sonraki anlatımların kavranması zor olacaktır. Fakat bunlar sizin için çok zor anlaşılır ve izlenemez nitelikliyse, atlayarak sonrasına geçin.

Pythagoras Teoremi'ni kullanarak, OD kenarının uzunluğunun da yarıçapın 0.78615'i olduğu görülür. Bu geometrik yapılanmada onu özel yapan iki önemli nokta var:

1- ED kenarının uzunluğu (0.618034) OD kenarının uzunluğuna (0.78615) bölünürse sonuç OD kenarının uzunluğuna (0.78615) eşit çıkmaktadır. Trigonometrik ilişkiler açısından bu şu anlama gelir: 38"10' derecelik açının tanjantı (karşı kenar/komşu kenar), 38"10'un kosinüsüne (komşu kenar/hipotenüs) eşittir. Tersi, 51"50'nin kotanjantı, 51"50'nin sinüsüne eşittir.

2- OD kenar uzunluğu olan 0.78615, 4 ile çarpıldığında 3.1446'yı verir. Bu, hemen hemen **π**'ye (3.1416) eşittir. Bu buluş, 38"10' açıya sahip bir dik üçgenin **π** oranı ile **φ** fenomeninin çok özel ve ilginç bir kesişimini kapsadığını ortaya koymaktadır.



Antik Mısır Krallığı döneminin rahipleri bu üçgenin özelliklerinden haberdar mıydı acaba?

Yukarıdaki diyagram **Büyük Piramit**'in dış hatlarını göstermektedir. Bilinçli olarak ya da değil, bu piramit 38"10'lık bir üçgeni içerecek biçimde inşa edilmiştir. Yüzeyinin eğimi, çok kesin bir şekilde yerle 51"50 lık açı yapmaktadır.

Bu piramit kesitini bir önceki ile kıyaslarsak, BC uzunluğunun yarıçapın 0.618034'ü olduğunu, AB uzunluğunun 0.78615 ve AC uzunluğunun 1 yani yarıçap olduğunu görebiliriz.

Keops Piramidi olarak da anılan bu piramidin gerçek ölçüleri şöyledir:

AB=146.6088m BC=115.1839m AC=186.3852m.

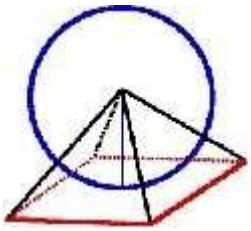
Bu noktadan itibaren işler biraz karmaşık ama çok çok ilginç bir hale geliyor.

Görüleceği gibi, BC uzunluğu, Piramidin kenar uzunluğunun yarısıdır. Bu nedenle Piramidin çevresinin uzunluğu BC x 8, dolayısıyla rölatif çevresi 0.618034 x 8 = 4.9443 olmaktadır, Rölatif yüksekliği 0.78615(in bir çemberin yarıçapı olduğu farz edilirse bu çemberin uzunluğu (çevresi) yine 4.9443 olacaktır.

Bu beklenmedik uyum şu şekilde gerçekleşmektedir:

1) 38"10'lık üçgene göre 0.618034 ÷ 0.78615 = 0.78615'dir. Demek ki, 8 x 0.618034 olarak belirlenen piramit çevresi 8 x 0.78615 x 0.78615=4.944 şeklinde de gösterilebilir.

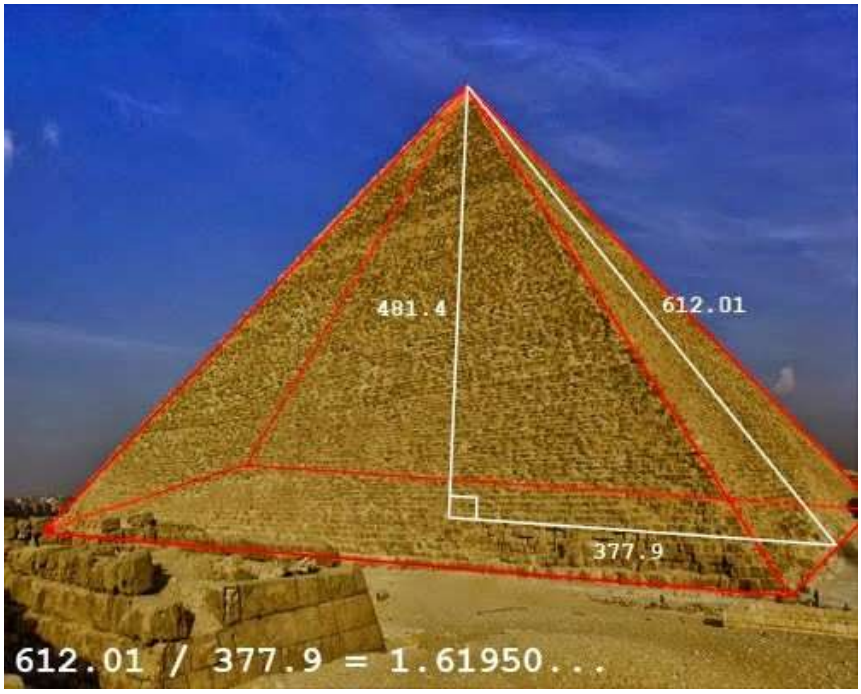
2) Yine yukarıda, 4 x 0.78615 in π'ye çok yakın bir değer verdiğini belirtmiştik. Demek ki, 2π'nin de 8 x 0.78615e çok yakın bir değer olduğu görülüyor. Böylelikle, yarıçapı 0.78615 olan bir dairenin çevresi şu şekilde ifade edilebilir: $C = 2\pi r = (8 \times 0.78615) \times 0.78615 = 4.944$ birim.



Bundan şu sonuç çıkmaktadır: Büyük Piramit, yatay bir düzlem üzerinden ölçüm yapıldığında sahip olduğu kare şeklindeki çevre uzunluğunun aynısına, düşey bir düzlem üzerinde yapılan ölçümde de bu kez daire şeklinde olmak üzere sahiptir.

Birkaç ilginç bilgi olmak kaydıyla şu gerçeklere de kısaca bir göz atalım: Keops Piramidi'nin gerçek taban kenar uzunluğunun (230.3465m) 8 katı ya da çevre uzunluğunun iki katı, boylamlar arasındaki 1 dakikalık açının ekvatordaki uzunluğunu vermektedir. Piramidin kenar uzunluğunun, ekvatordaki 1 dakikalık mesafenin 1/8'ine eşit olması ve piramit yüksekliğinin 2'nin 1/8'ine eşit olmasını irdeleyerek, örneklemeyi evrensel boyutlara taşıdığımızda, dünya ile evrenin π ve φ değerlerinin ilişkilerini algılamada küçük bir girişim, samimi bir başlangıç sayılabilir.

Şunu akılda tutmak gerekir ki, Piramidin kenar uzunluğunun 230.3465 m olması belki de tamamen rastlantıdır. Fakat karşılıklı ilişkiler yenilerini doğuruyor ve bunlara yenileri ekleniyorsa, bu ilişkilerin bilerek düzenlenmiş olduğu olasılığı da cidden dikkate alınmalıdır.



Keops Piramidi ölçüleri (ayak = ft = 30,6 cm olarak)

φ φ φ

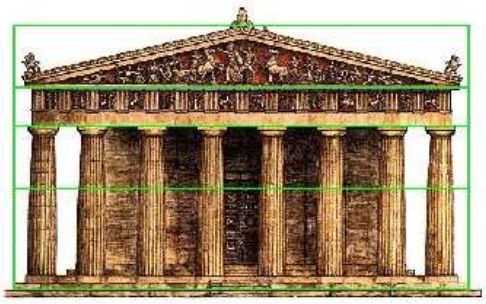
Altın Oran'ın yalnızca Mısır piramitlerinde değil Antik Çağın pek çok mimarî yapıtında kullanılmış olduğu yapılan ölçümler sonucunda kanıtlanmıştır. Bunlardan biri de Atina'nın Akropolis tepesindeki yapılar içinde en önemlisi olan Parthenon'dur.

Parthenon, Atinalılar tarafından koruyucu tanrıça Athena adına yapılmış, dev sütunlarla çevrili dikdörtgen bir yapıdır. Dor stilindeki sütunlar yukarıya doğru daralır. Basamaklı bir girişi olan yapı tümüyle mermerdendir. Dönemin savaşlarından korunması için birçok hazine burada saklanmıştır. Günümüzde bütün sütunları ayakta kalmamıştır. Döneminde 6 yılda inşa edilmiştir. Tanrıça Athena'nın dev bir heykeli ile tapınağın üçgen alınlığında (çatı) Athena ve Poseidon yarışmasının hikâyeleri bulunur. Hıristiyanlarla birlikte kiliseye, Osmanlı'nın fethinden sonra camiye dönüştürülmüştür. Osmanlı burayı savaşlarda cephanelik olarak kullanmış, yapı bunun sonucunda yaşanan bir patlamayla çok tahrip olmuştur. Restorasyon çalışmaları 1975 yılından beri sürmektedir.

Parthenon'un yapılma öyküsü de ilginçtir:

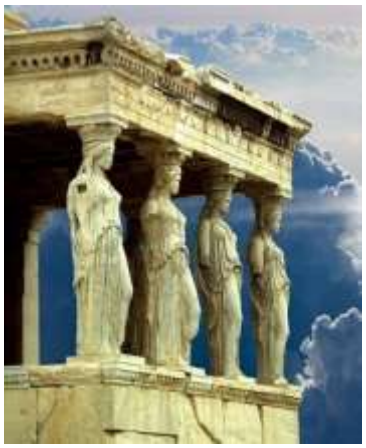
Antik Helen'de önemli olan, her şeyden önce tanrıların oturacağı yerin yapılmasıydı. Bu amaçla ilk önce akropoller yapılırdı. Akropolün yüksekte olması hem askerî hem dinî açıdan önemliydi. Mitolojiye göre kentin koruyucu tanrısını seçmek için halk karşısında bir yarışma düzenlenir, Poseidon ve Athena arasında bir çekişme yaşanır. Deniz Tanrısı Poseidon, asasını yere vurur ve yerden içinden sular fışkıran bir çeşme çıkar. Halk, Poseidon'un koruyucu tanrı olduğuna inanır ama çıkan suyu içince suyun tuzlu olduğunu anlar ve onu koruyucu tanrı olarak seçmez. Daha sonra Athena asasını yere vurur ve bir zeytin ağacı çıkar. Zeytinleri yiyen halk Athena'yı koruyucu tanrı olarak seçer ve zeytin dalı barışın simgesi olur. Kentin adının da buradan geldiği söylenir.

Parthenon'daki Altın Oranları gösteren çizimler





Erechteion Tapınağı



Erechteion Tapınağı Poseidon ve Athena için yapılmıştır. Yarışmanın yapıldığı alandır; bu yüzden tapınağın yanında Athena'nın yaptığı ağacı simgeleyen bir zeytin ağacı sürekli olarak bulunur. Bizans döneminde kilise, Osmanlı döneminde konut olarak kullanılmıştır.

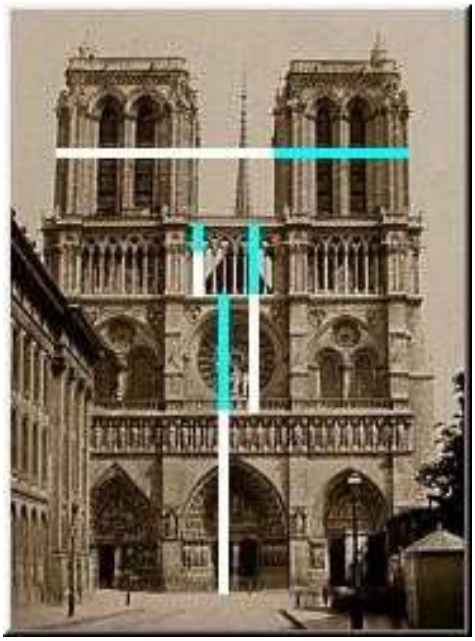
Görüldüğü gibi, Altın Oran yalnızca Mısırlılar tarafından değil, belki de o uygarlık eserlerini dikkatlice izlemeleri sonucu Antik Helenler tarafından da kullanılmıştır. Altın Oran'ın uygulandığı mimarî yapıların adlarını alt alta sıralamak bile sayfalar doldurur.

Paris'in ünlü **Notre Dame Katedrali**'nde Altın Oranın izlerini görmek olanaklıdır. Hatta Türk mimarîsi ve sanatı da Altın Orana ev sahipliği yapmıştır: Konya'da Selçuklular'ın inşa ettiği **İnce Minareli Medrese**'nin taç kapısı, İstanbul'daki **Davut Paşa Camisi,** Sivasa'ta Mengüçoğulları'dan günümüze miras kalan **Divriği Külliyesi** genel planlarından kimi ayrıntılarına dek **φ** ile iç içe bir görünüm sunar.

İtalyan mimar **Filippo Brunelleschi**'nin **(**1377- 1446) Floransa'daki **Santa Maria Del Fiore** içindeki kubbesi ile ünlü katedrali, Hindistan'daki ünlü **Tac Mahal**, İngiliz Mimar **Christopher Wren**'in Londra'daki **Saint Paul Katedrali** dahil inşa ettiği (ettirdiği) bir dolu katedral inşaatında Altın Oran katsayısı kullanılmıştır.

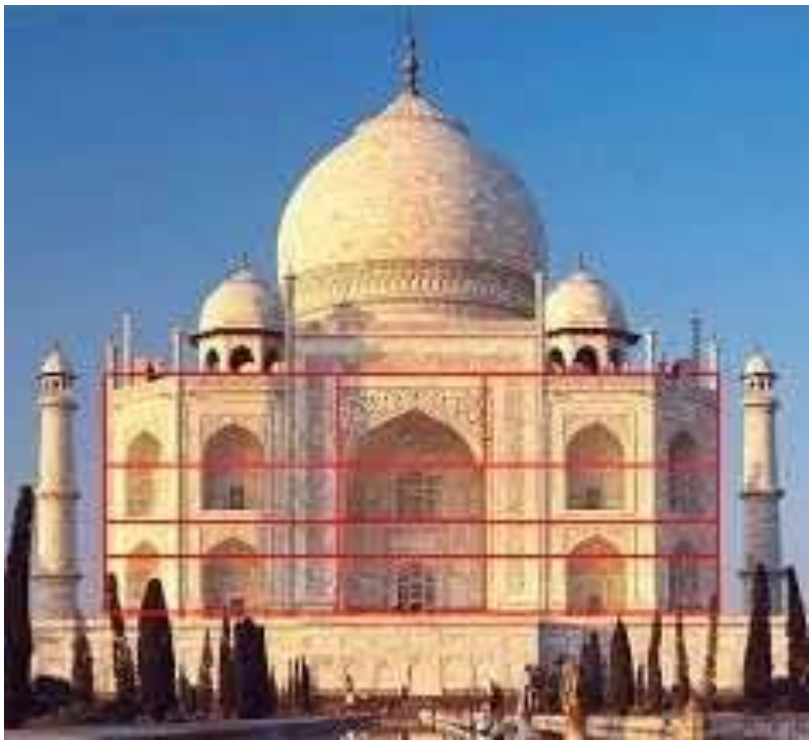
Christopher Wren**,** 25 Nisan 1723 günü yaşama veda etmiş ve mimarı olduğu **St Paul Katedrali'**nin mahzenlerinden birinde, siyah mermer kapaklı bir mezara gömülmüştür. Mezar taşının üzerinde Latince **"*Lector, si monumentum requiris, circumspice*" - (*Ey okuyan! Eğer O'nun anıtını arıyorsan etrafına bak*)** yazılıdır. Bu söz, Altın Oranı'ı işaret ediyor denilerek yorumlanmıştır.

Paris, Notre Dame Katedrali'nde Altın Oranlar





Tac Mahal'deki Altın Oranlar

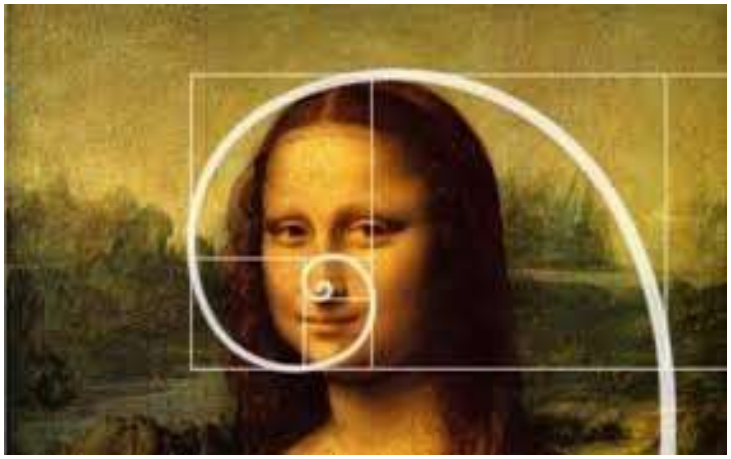


φ φ φ

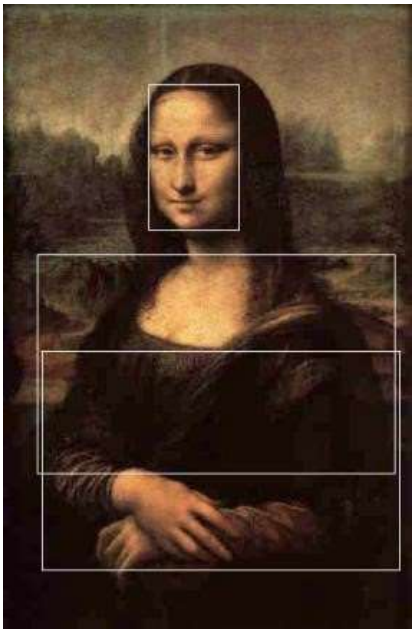
Tarihte görülmüş olduğu gibi, sanatçılar bu özelliği kullanıp göze güzel görünen eserler meydana getirmiştir.

Antik Helen heykeltıraşları tanrı heykellerinin daha gerçekçi olabilmesi için vücut parçalarının aralarındaki farklar için Altın Oran benzeri bir parametreden yararlanmıştır.

Rönesans döneminde tabloların gerçeğe daha yakın olabilmesi için "Altın Oran" deyimini ilk kullanan kişi olan **Leonardo da Vinci** başta olmak üzere birçok sanatçı eserlerinde Altın Oran'dan yararlanmıştır. Örneğin Mona Lisa tablosunun boyunun enine oranı Altın Oran'ı verir. Mona Lisa'nın yüzünün etrafına bir dikdörtgen çizdiğinizde ortaya çıkan dörtkenar bir Altın Dikdörtgen'dir. Bu dikdörtgeni, göz hizasında çizeceğiniz bir çizgiyle ikiye ayırdığınızda yine bir Altın Oran elde edersiniz. Resmin boyutları da Altın Oran oluşturmaktadır.



Mona Lisa tablosundaki Altın Spiral

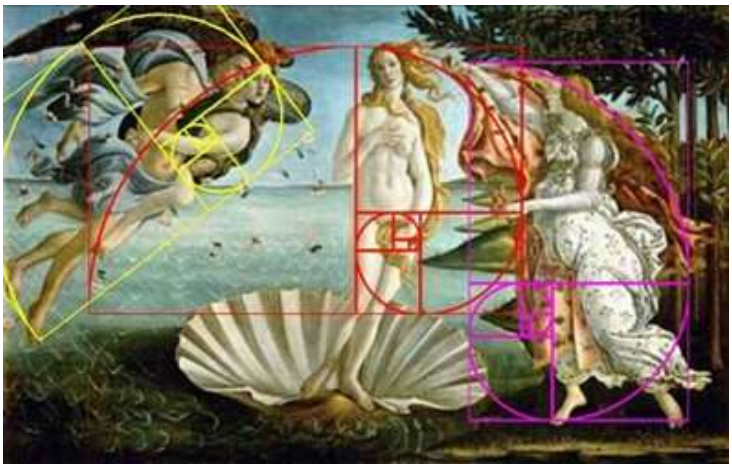


Rönesans dönemi ressamlarının neredeyse tüm tablolarında Altın Oran kullanılmıştır.

Raphaello Sanzio (1483-1520)



Sandro Boticelli (1445-1510)



Tarihte Altın Oran Örnekleri

Euclid (M.Ö. 365-300), **"*Elementler*"** adlı tezinde, bir doğruyu 1.6180339... noktasından bölmekten söz etmiş ve bunu *"bir doğruyu ekstrem ve önemli oranda bölmek"* diye nitelendirmiştir.

Antik Mısırlılar, Keops Piramidi'nin tasarımında hem π hem φ oranını kullanmıştır.

Antik Helenler, Parthenon'un tüm tasarımını Altın Oran'a dayandırmıştır. Bu oran, ünlü Helen heykeltıraş **Phidias** (M.Ö.430-490) tarafından da kullanılmıştır. Phidias, Atina Akropolü'nde bulunan Tanrıça Athena tapınağını ve heykelini, Partenon´daki Zeus Heykeli'nin kaidesini yapmıştır. Perikles tarafından desteklenen heykeltıraşın yaptığı işlere karşılık Delos Antlaşması'ndan alınan paralar kullanılmıştır. Phidias'ın günümüze kadar kalmış az sayıda heykeli vardır. Partenon adının Athena Partenos'ün kült heykelinden geldiği sanılmaktadır. Bu heykel Phidias tarafından fildişi ve altın kullanılarak yapılmıştır.

Athena`nın sıfatı olan *partenos,* tanrıçanın bekaretini belirtmektedir.



Athena Parthenon Heykeli



Zeus Heykeli
Saint Petersburg Hermitage Müzesi

Zeus heykeli, M.Ö. 450 yılında Yunanistan'daki Olimpos'ta, Antik Helen döneminin baş tanrısı Zeus için, Atina'daki Parthenon Tapınağı için Athena heykelini yapan Phidias tarafından, tahta iskelet üzerine altın ve fildişi metal parçaların yerleştirilmesiyle yapılmıştır. Zeus Tapınağı'nın içinde bulunan heykel, tapınağa ancak sığabiliyordu hatta oturur vaziyette betimlenen Zeus, ayağa kalksa tapınağın tavanı yıkılacakmış gibi duruyordu. Heykel 12 m yüksekliğindeydi. Sağ elinde zafer tanrıçası Nike'ı tutuyordu. Sol elindeyse üzerinde çeşitli metallerden kakmalar olan ve üzerinde kartal olan bir hükümdar asası vardı.

Altın, abanoz, fildişinden yapılmış olan ve değerli taşlardan kakmaların bulunduğu Zeus'un oturduğu taht, heykelin kendisinden daha etkileyiciydi. Üzerinde, Antik Helen tanrılarının ve sfenks gibi mistik hayvanların figürleri yer alıyordu. Heykelin derisi fildişinden, sakalı, saçları ve elbisesi altındandı. Karanlık bir koridordan geçilerek görülebildiği için, parlak fildişi, insanların gözünü alıyor ve derinden etkiliyordu.

Olimpiyat oyunları 391 yılında 1.Theodosius tarafından putperestlik olarak suçlanıp sona erdirilince, Zeus Tapınağı da kapatıldı. **Dünyanın Yedi Harikası** arasında sayılan heykel, zengin Helenler tarafından, yeni kurulan ve o zamanki adıyla Konstantinopolis denilen İstanbul'a taşındı; orada 462 yılındaki büyük yangında yok oldu. Olimpos'ta 1829'da Fransızlar tarafından bulunan heykele ait bazı parçalar, Paris'te Louvre Müzesi'nde sergilenmektedir.

Yüzyıllar sonra Leonardo Fibonacci adındaki İtalyan matematikçi, adıyla anılan nümerik serinin olağanüstü özelliklerini keşfetmiştir. Leonardo da Vinci, 1509'da **Luca Pacioli**'nin yayımladığı ***"İlâhî Oran"*** adlı bir çalışmasına resimler vermiştir. Bu kitapta, Leonardo tarafından yapılmış **"Beş Platonik Cisim"** adlı resimler bulunmaktadır. Bunlar, bir küp, bir tetrahedron, bir dodekahedron, bir oktahedron ve bir ikosahedronun resimleridir. Altın Oran'ın Latince karşılığını ilk kullanan büyük olasılıkla Leonardo da Vinci'dir.

Bu cisimleri basitçe şöyle yansıtabiliriz:

Küp Terahedron Dodekahedron Oktahedron İkosahedron



φ φ φ

Rönesans sanatçıları Altın Oran'ı tablolarında ve heykellerinde denge ve güzelliği elde etmek amacıyla sıklıkla kullanmışhır. Örneğin Leonardo da Vinci, ***Son Yemek*** adlı tablosunda, İsa'nın ve havarilerin oturduğu masanın boyutlarından, arkadaki duvar ve pencerelere kadar Altın Oran'ı uygulamıştır. Güneş etrafındaki gezegenlerin yörüngelerinin eliptik yapısını keşfeden

Johannes Kepler (1571-1630), Altın Oran'ı şöyle belirtmiştir: **"*Geometrinin iki büyük hazinesi vardır; biri Pythagoras'ın teoremi, diğeri, bir doğrunun Altın Oran'a göre bölünmesidir.*"** Bu oranı göstermek için, Parthenon'un mimarı ve bu oranı resmen kullandığı bilinen ilk kişi olan Phidias'a ithafen, 1900'lerde Helen alfabesindeki "***φ***" harfini Amerikalı matematikçi **Mark Barr** kullanmıştır. Bir rastlantı: Helen alfabesindeki "***φ***" harfinin Latin alfabesindeki karşılığı olan "F" harfi, **Fibonacci'**nin ilk harfidir.

Altın Oran, bir sayının insanlık, bilim ve sanat tarihinde oynadığı inanılmaz bir roldür. Evreni ve yaşamı anlama konusunda bize yeni kapılar açmaya devam etmektedir. 1970'lerde İngiliz matematikçi ve fizik felsefecisi **Roger Penrose**, o güne kadar imkânsız olduğu düşünülen, ***"yüzeylerin beşli simetri ile katlanması"***nı Altın Oran sayesinde bulmuştur.

Fibonacci ve Sayıları ve Altın Oran

Leonardo Fibonacci (Leonardo Pisano: 1170-1250), Orta Çağın en yetenekli matematikçisi olarak kabul edilir. Modern çağda en fazla Hint-Arap sayılarını Avrupa'ya getirmesiyle ve 13. yüzyıl başlarında yayınlanan ***Liber Abbaci*** adlı hesaplama yöntemleri kitabıyla tanınır.



Bu kitapta bir örnek olarak yer alan modern sayılarla hesaplanmış sayı dizisi Fibonacci Dizisi olarak anılmaktadır. Sadece bu dizi ve özellikleri ile ilgili kitaplar hatta haftalık düzenli yayınlanan matematik dergileri bile vardır.

Leonardo Fibonacci, 1202'de yazdığı Liber Abbaci'de *modus indium (Hintlerin Yöntemi)* adını verdiği ve günümüzde Arap-Hint sayıları diye bilinen modern ondalık sayı sistemini tanıtır. Bu kitap gündelik hayatta ticari defter tutma, ölçü birimlerini çevirme, faiz hesaplama, para bozma ve değiştirme ile benzeri işlemlerde önemini gösterir. Kitap Avrupası'nda eğitimli kişiler arasında hızlı bir şekilde yayılmış, Avrupa'nın pozitif bilimlerde ilerlemesine önemli etkileri olmuştur.

O yıllarda, Hindu-Arap sayıları, Avrupa'da Harezmli Muhammed Bin Musa'nın (780-850) eserlerinin çevirilerini okuyabilmiş birkaç aydın dışında bilinmiyordu. Leonardo, kitabında bu rakamları anlatmaya şöyle başlar: **"*Dokuz Hint rakamı 987654321'dir. Bu dokuz rakama 0 işaretinin de eklenmesiyle, aşağıda anlatılacağı gibi herhangi bir sayı yazılabilir.*"**

Kitabın ilk yedi bölümü, bildiğimiz 10'lu sayı düzenini ve bu sayılarla dört işlemi anlatır. Daha sonra bu düzen, kâr hadleri, takas, para değiştirme, ağırlık ve hacim ölçülerinin birbirine çevrilmesi, ortaklar arasında bölüşme ve faiz gibi pratik ticaret problemlerine uygulanır.

Liber Abbaci 13'üncü yüzyıl Avrupası'nda büyük ilgi görür; çok sayıda kopya edilir ve Kilise'nin yasaklamasına karşın Arap sayıları İtalyan tüccarlar arasında yayılır.

Kitap, Kutsal Roma İmparatoru 2. Friedrich'in dikkatini çeker. Friedrich bilime düşkün bir imparatordur. Bilim adamlarını korur. Bu nedenle kendisine ***Stupor Mundi*** *(Dünya Harikası)* sanı yakıştırılmıştır. 1220'de Fibonacci huzura çağrılır. Friedrich'in bilim adamlarından biri tarafından sınava çekilir. Sonunda göze girer. Yıllarca hem imparatorla hem de imparatorun dostlarıyla yazışır.

Leonardo, 1225'te yazdığı ***Liber Quadratorum***'u *(Kare Sayıların Kitabı)* imparatora ithaf eder. İkinci dereceden "Diyofantus denklemleri"ne ayrılan bu kitap, Fibonacci'nin başyapıtıdır.



Adının "Kutsal Roma İmparatoru" olmasına bakmayın siz, 2. Friedrich, Kilise ile arası bozuk bir dinsizdi.

Not: Diyofantus denklemleri, Çözümleri tamsayı olan bir ya da daha çok bilinmeyen içeren denklemlerdir. Örneğin $x^2 + y^2 = z^2$ denklemi x, y, z tamsayı olmak koşuluyla, ikinci dereceden bir Diyofontus denklemidir.

Her ne kadar Liber Quadratorum, Liber Abbaci'ye oranla çok daha dar bir çevrenin ilgisini çekerse de kitap sayılar kuramına büyük katkı getirir.

1228'de Fibonacci, Liber Abbaci'yi yeniden gözden geçirir ve kitabın bu ikinci basımını İmparatorun başbilimcisi Michael Scott'a ithaf eder.

Bu tarihten 1240'a kadar Fibonacci hakkında hiçbir şey bilinmiyor. 1240'ta Pisa, kente hizmetlerinden dolayı kendisine 20 Pisa lirası "yıllık" bağlar. Bundan sonra matematikçimiz ne kadar yaşadı, o da bilinmiyor.

Çağımız matematikçileri, Fibonacci'nin adını, daha çok, Liber Abbaci'de yer alan bir problemde ortaya çıkan sayı dizisi nedeniyle bilir. Dolayısıyla Fibonacci'yi anlatan bir yazıda Fibonacci sayılarından ya da **"Fibonacci dizisi**"nden söz etmemek olmaz.

Fibonacci Sayı Dizisi

Liber Abbaci'de Fibonacci, kapalı bir ortamdaki bir tavşan ailesinin artışını, her tavşan çiftinin bir ay sonra bir yavru yapıp onun da 1 ay sonra 1 yavru yapacağı gibi ideal varsayımlar altında hesaplanmasını gösterir. Bu problemin metni aşağı yukarı şöyle: ***"Adamın biri, dört bir yanı çitle çevrili bir yere bir çift (bir dişi bir erkek) tavşan koymuş. Her çift tavşanın bir ay içinde yeni bir çift (bir dişi bir erkek) tavşan peydahladığı, her yeni çiftin de "büluğa" ermesi için bir ay gerektiği ve tavşanların ölmediği varsayılırsa, bir yılın sonunda çitle çevrili alanda kaç çift tavşan olur?"***

Bazı matematikçilere göre Fibonacci bu problemi kitabına biyoloji bilimine bir uygulama olsun diye ya da nüfus patlaması sorununa bir çözüm getirsin diye koymamış... Toplama alıştırması olarak düşünmüş bunu, besbelli.

Biraz düşününce tavşan çiftlerinin aylara göre şöyle çoğalacağı ortaya çıkıyor: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... Bir diğer deyişle, her ay sonundaki tavşan çifti sayısı o aydan hemen önceki iki ayın tavşan sayılarının toplamına eşit. Örneğin 9'uncu ay sonunda 21 + 34 = 55 tavşan çifti oluşacak. Bu kuralı biraz cebir kullanarak şöyle yazabiliriz: $\mathbf{u_n + u_{n+1} = u_{n+2}}$

Yukarıdaki denklemde $\mathbf{u_n}$**, n**'inci ay sonundaki tavşan çifti sayısını gösteriyor.

Bu diziye **"Fibonacci Dizisi"** adı verilir. Dizide yer alan sayıların sağladığı o kadar çok özellik var ki, bugün biri çıkıp da *"Fibonacci Dizisi şu şu özelliği de sağlar"* dediği zaman, «Ne olmuş yani?» yanıtını alıyor genellikle.,,

Fibonacci Dizisi hakkında o kadar çok şey söylenebiliyor ki, A.B.D.'nde Fibonacci Association adlı bir kurum, ***"Fibonacci Quarterly"*** adlı üç aylık bir dergi çıkabiliyor yıllardır...



Bu sayı dizisi 6. yüzyıldan beri Hint matematikçiler tarafından bilinmekteydi. Ancak Avrupa'ya ilk olarak Fibonacci tarafından tanıtılmıştır.

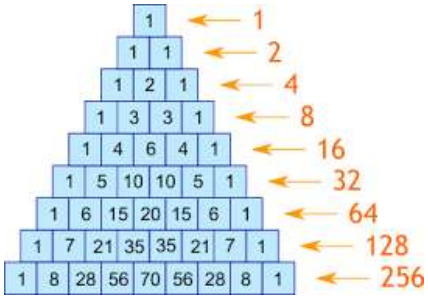
Bu dizinin ileri elemanlarında, bir sonraki elemanın bir öncekine oranı Altın Oran adı verilen ve yaklaşık 1,618 (1/0,618) değerine eşit bir sayıyı veriyor. Ancak bu oran, dizideki elemanların giderek artması ile bu değerlere yaklaşabiliyor.

Fibonacci sayıları "0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946... " şeklinde devam ediyor. Dizideki ardışık iki sayının oranı, sayılar büyüdükçe Altın Oran'a yaklaşıyor. Aşağıdaki tabloda bu yakınsamanın gelişimi görülüyor.



Az önce değinildiği gibi, Fibonacci'nin ününü tüm dünyaya yayan bu dizi aslında Hint-Arap bilginleri tarafından biliniyordu.

Günümüzde **Pascal Üçgeni** adıyla anılan ünlü üçgen de 17. yüzyılın ünlü Fransız matematikçisi Blaise Pascal'ın adıyla anılmasına karşın çok yıllar önce İranlı şair, astronom ve matematikçi **Ömer Hayyam** (1048-1131) tarafından bilim dünyasına tanıtılmıştı.



Hayyam, bir tarihçi, filozof ve astronom oluşunun yanı sıra çok iyi bir matematikçiydi. Üçüncü dereceden bilinmeyen denklemlerle ilgili yazdığı bir eserinde, bilinmeyen rakamın yerine Arapça'da **"şey"** anlamına gelen kelimeyi kullanmıştı. Bu eseri diğer dillere çevrilirken İspanyolcaya **"X ve Y"** olarak geçmişti. Daha sonra bu kelime ilk harfine indirgenerek bilinmeyen rakamın simgesi **"X"** olarak kullanılmaya başlamıştır.

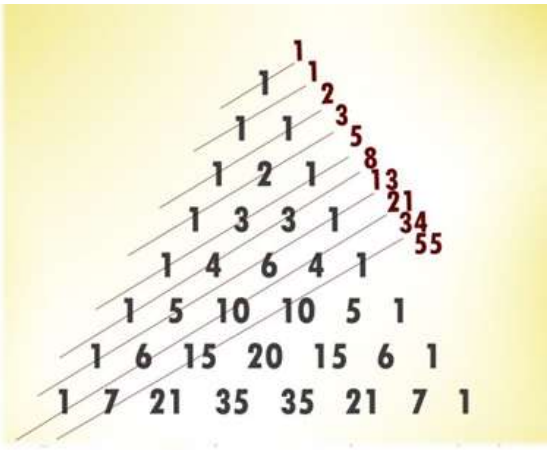
Pascal ya da Ömer Hayyam Üçgeni'nin Altın Oran ve Fibonacci Dizisi ile yakın ilgisi var.

- Kenarlar "1"den oluşuyor. Eş deyişle her satırın başında ve sonunda 1 sayısı yer alıyor.
- Bir alt satırda ortada yer alan sayı bir üst satırdaki yan yana iki sayının toplamından oluşuyor. İkinci çapraz (eğik) sıra, pozitif tamsayılar serisidir. Üçüncü çapraz sıra, üçgen sayılardır; eş deyişle 3'ün katıdır: (1, 3, 6, 10 15, 21,...)
- Baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimler aynıdır. Örneğin; 1, 5, 10, 10, 5, 1 satırında baştan ikinci terim ile sondan ikinci terim aynı sayı yani 5'tir.
- Her sıradaki sayıların toplamı, 2'den başlamak üzere "2"nin üslerini verir. 4, 8, 16, 32, 64 gibi…
- Her sıra, yine "sıfır"dan başlamak üzere kendi derecesinden bir polinomun katsayılarını veriyor. Bunlara matematik dilinde **Binom katsayıları** adı veriliyor. Binom açılımı, iki terimlilerin toplamının ya da farkının kuvvetlerini $(a+b)^n$ veya $(a-b)^n$ bulurken ortaya çıkan katsayıları belirlemeye yarar.
- Pascal Üçgeni'nde değişik sayı dizileri görülür. Yukarıdan başlayarak çapraz bir şekilde terimler toplamına bakıldığında Fibonacci Dizisi'nin terimleri elde edilir. Yine çapraz bakıldığında Ardışık Sayılar Dizisi ve Üçgensel Sayılar Dizisi göze çarpar.
- Aynı yöndeki sayıların toplamı en sonda yer alan sayının ters yönünde bulunan sayıya eşittir.

Pascal Üçgeninin çok boyutlu şekilleri de vardır. 3 boyutlu olan şekli **Pascal Piramidi** veya Paskal Dörtyüzlüsü olarak anılırken diğer genel şekilli olanları Pascal basitleştirilmişleri olarak anılır. Pascal'ın bu üçgeni, olasılıklar (ihtimaller(kuramında da ustalıkla kullanılır. Bu üçgen, biyolojideki uygulamalar, matematik, istatistik ve pek çok modern fizik konularında uygulama alanı bulur.

Şimdi bu üçgenin Altın Oran ile ilişkisini görelim.

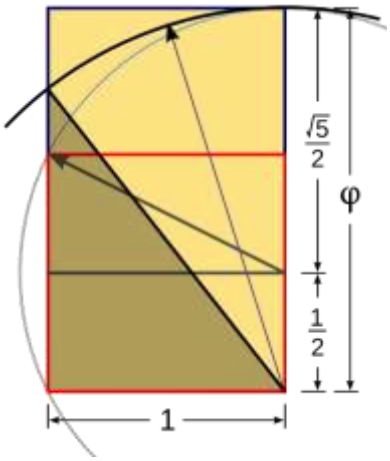
Aşağıda görülen Pascal Üçgeni'ne dikkatle bakalım.



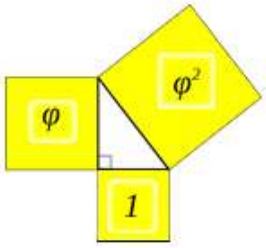
Ortada tipik bir Pascal Üçgeni katsayıları (Binom katsayıları) var. Bu sayılar çaprazlamasına toplandığında, Fibonacci diziliminin sayı sıralaması ortaya çıkıyor. Bu sayıların oranlanması ile de Altın Oran'ı buluyoruz.

Altın Oran formülleri ile ilgili bir başka üçgen daha var: **Kepler Üçgeni**…

Daha önce değindiğimiz Altın Dikdörtgen'in çizimle bulunması yöntemini uygulayarak çok değişik bir üçgen elde edilebilir. Bu defa dikdörtgenin sağ alt köşe noktasına pergelin ucunu koyarak **φ** yarıçaplı bir çember çiziliyor. Bu çemberin Altın Dikdörtgen'in uzun kenarını kestiği nokta ile ortaya çıkan üçgene "Kepler Üçgeni" adı veriliyor. (Koyu renkle taralı)



Kepler Üçgeni'nin özelliği şu: Tabanı 1 birim, hipotenüsü **φ** ve dik yüksekliği **φ**'nin karekökü eş deyişle 1,272 birim. Üçgenin tabandaki dar açısı 51,83° ve tepedeki dar açısı 38,17°.



Altın Oran Nerelerde Kullanılıyor?

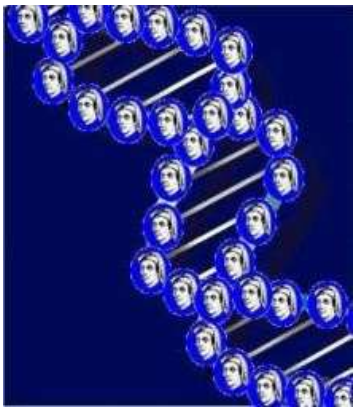
Zaman içerisinde matematik ve geometriye de dahil olan Fibonacci Dizini, Kepler Üçgeni gibi sayısal değerler ile geometrik şekiller birçok yerde görülür olmuştur. Fibonacci'nin bu dizilimi oluştururken Altın Oran olarak bilinen 1,618 sayısından haberdar olup olmadığı tam anlamıyla bilinmese de bugün artık ilk akla gelen keşiflerden biri onun üretimidir.

Kepler Üçgeni de aynı büyüklükteki iki üçgenin birleştirilmesiyle oluşan diğer üçgenin bire bir büyüklükte başka bir üçgenle birleşerek bir sonraki üçgeni oluşturması kuralına dayanır. Bu durum üçgenlerin uç noktalarının içten dışa birleştirilmesiyle birlikte bize Altın Oran'ın önemli bir sonucu olan spiral şeklini verir.

Aynı mantıkla oluşturulmuş Altın Dikdörtgen, beşgen ve yıldız şekilleri de mevcuttur. Pentagram olarak anılan, içinden çizgiler geçen yıldız biçimi Altın Oranla uyumlu olmakla birlikte birçok inanışta kutsal olarak kabul edilmekte, uğur getirdiğine inanılmaktadır.

Altın Dikdörtgen de tıpkı Kepler Üçgeni'ndeki ilkelere uygun oluşturulmuş bir diğer geometrik şekildir. Ayrıca uzay boşluğunda, DNA'da, papatya, eğrelti otu gibi bitkilerde, salyangoz, tavşan gibi hayvanlarda da altın oranı yansıtan detaylar mevcuttur. Doğanın güzellik ve estetik ölçütü olarak bilinen bu oran, hayvan kabuklarında, mikrobik canlılarda bile görülürken doğada çeşitli canlılarda ve alanlarda rastlanan spiral şekli, insanlar tarafından çok farklı amaçlar için kullanılabilmektedir. Örneğin Altın Oran'a uygun bir spiral şeklinin merkezi fotoğrafçılıkta merceğin asıl merkezi olarak kabul edilmektedir.

Fibonacci resimleriyle betimlenen bir DNA sarmalı



DNA molekülü tüm yaşamın programını taşımakta ve temelinde de Altın Oran bulunmakta... Her tam turunda 34 angstrom (santimetrenin yüz milyonda biri) uzunluğunda ve 21 angstrom genişliğindeki çift heliks spiral yapısı ile doğal olarak Altın Oranı bünyesinde bulundurmakta… 34/21=1.619 sayısını bulmak o kadar şaşırtıcı değil; bu değer **φ** sayısının ta kendisi...

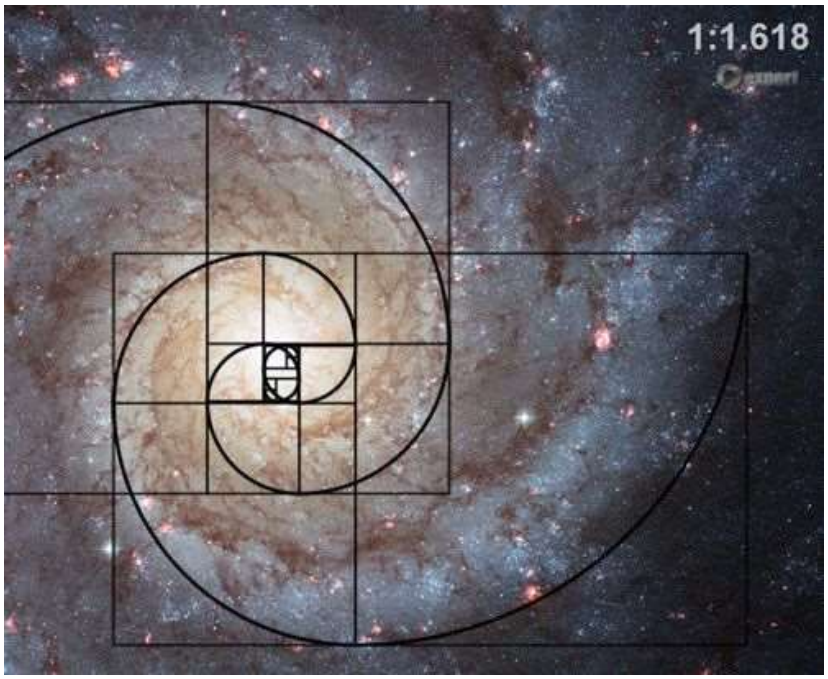
Altın Oran, endüstriyel tasarım açısından da önemli bir değerdir. Ev gereçlerinden otomotiv sektörüne kadar pek çok farklı alanda modern bir görünüm elde etmek için kullanılan kıvrım ve eğimler için bu orandan yararlanılır. Keşfedildiği dönemlerden itibaren sırasıyla mimarî, sanat, matematik ve geometri, tıp, farklı bilim dalları, inançlar ve daha pek çok alanda kullanılan ve yararlanılan Altın Oran günümüzde de değerini yitirmemiş olup, hâlâ birçok alanda faydalanılan ve **"ilâhî oran"** olarak da adlandırılan bir değerdir.

Evrenin Yapısında Altın Oran

Gezegenlerin birbirlerine olan uzaklıklarından tutun da Satürn'ün halkalarına hatta evrenin kendi şekline kadar **φ** sayısı tekrar tekrar kendini gösterir. Yeni buluşlar evrenin şeklinin bir dodekahedron olduğunu göstermektedir. Bu, daha önce görmüş olduğumuz gibi 12 yüzü eşkenar beşgenlerden oluşan bir yapıdır. Temelinde **φ** sayısı yer almaktadır.

Bir nebülözdeki Altın Spiral formu





İnternette bu örneklerin birçoğunu bulmak olanaklıdır.

Bu çalışmayı üç görsel örnekle bitirelim…

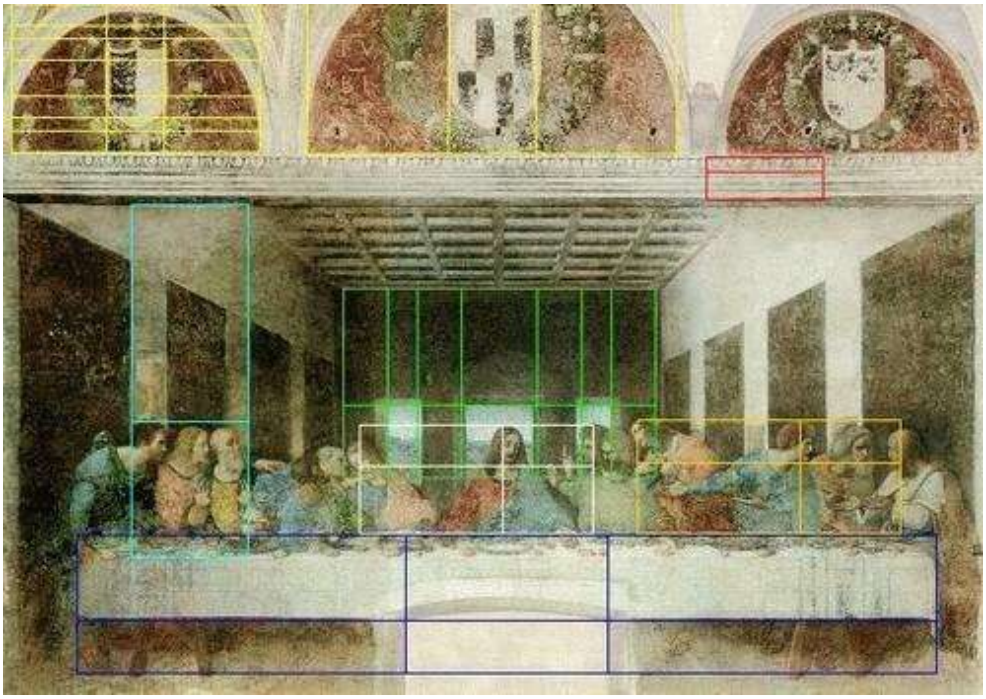
Altın Oran taşıyan bir Helen Vazosu



Altın Oran gözetilerek yapılmış bir Budha heykeli



Leonardo da Vinci'nin ünlü tablosu: "İsa'nın Son Akşam Yemeği"nde Altın Oranlar



Akıllara Takılan Soru

Kısa yazımız içinde Altın Oran'ın tüm yaşamın programını taşıyan DNA molekülündeki ve evrendeki yerini tam olarak anlatmak olanaklı değildir. Buna karşın, konuya ilgi gösterenler araştırırsa, birçok yerde bu oranla karşılaşır.

Ancak bu orana her rastladığınızda aklınıza bir soru takılabilir:

«Neden bu oran? Niye başka bir oran değil?»

Bu gizemin yanıtını yaşadığımız dünyada insanoğlu çağlar, yüzyıllar boyunca düşünmüş, araştırmıştır. Düşünmeye ve aramaya devam edecektir.

Kaynakça

- **Mustafa Yağcı,** "*Altın Oran*" Matematik Dünyası 2005 Güz Yıl 4 sayı 3
- **Prof. Fikri Akdeniz,** "*Doğada, Sanatta, Mimarîde Altın Oran ve Fibonacci Sayıları*", Adana, Nobel Kitabevi, 2007
- **Roger Herz-Fischler,** "*The Shape of the Great Pyramid*." Wilfrid Laurier University Press.
- **Angelo Di Domenico**, "*The golden ratio-the right triangle-and the arithmetic, geometric, and harmonic means*" The Mathematical Gazette 89, 2005
- **Mario Livio**, "*The Golden Ratio: The Story of Phi, The World's Most Astonishing Number*." New York: Broadway Books. 2002
- **Michiel Hazewinkel**, "*Golden ratio*", Encyclopedia of Mathematics, Springer 2001
- **Alfred S. Posamentier** "*The Fabulous Fibonacci Numbers*" Prometheus Books
- **Eric W Weisstein**,"*Golden Ratio*", MathWorld.
- **Thomas Green,** "*The Pentagram & The Golden Ratio*." M. Updated June 2005. Archived November 2007. Geometry instruction with problems to solve.
- **Alexander Bogomolny**, "*Golden Ratio in Geometry*" http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/GoldenRatio.shtml.
- **Ron Knott,** "*Fibonacci Numbers and the Golden Section*." http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/.
- **Ronald V. Williams,** "*The Golden Proportion*" §2-7 in The Geometrical Foundation of Natural Structure: A Source Book of Design. New York, Dover, 1979.
- **Herbert Edwin Huntley,** "*The Divine Proportion*" New York, Dover, 1970.
- **Priya Hemenway,** "*Divine Proportion: Phi In Art, Nature, and Science*" Sterling Pub, Co, 1st Edition October 20, 2005